دراسة محاكاة لتقييم أداء مقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) وطريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) في ظل مشكلة الارتباط الذاتي

A Simulation Study of the Performance of the Least Squares and Least Squares Generalized estimators with autocorrelation

محمد خلف عبد العال رفاعي

مدرس إحصاء بمعهد العجمي العالي للعلوم الإدارية

مستخلص

تهدف هذه الدراسة إلى إيجاد بديل لطريقة المربعات الصغرى وهي طريقة المربعات الصغرى المعممة، في ظل مشكلة الارتباط الذاتي السلسلى. وقد عملت الدراسة على اختبار فرض رئيسي مفاده عدم وجود فروق معنوية بين تقديرات طريقة (OLS) وتقديرات (GLS). ولقد أفادت نتائج الدراسة أن مقدرات طريقة (GLS) أكثر كفاءة من مقدرات طريقة (OLS)، وذلك مع زيادة حجم العينة، إذ يترتب على ذلك وجود تحيز وتباين أقل فيما يتعلق بالنسبة لطريقة (GLS).

الكلمات الدالة: طريقة المربعات الصغرى العادية، طريقة المربعات الصغرى المعممة، الارتباط الذاتي، المحاكاة.

Abstract

The research aims at finding an alternative method for least squares method, which is the Least squares generalized method under the problem of autocorrelation. The research was conducted on a major imposition test. There are no significant differences between the OLS and GLS estimates. The GLS method is more efficient than the OLS method as the sample size increases because it has a lower bias and variation for the GLS method.

Key words: The Least squares method, the generalized least squares method, the autocorrelation, and simulations.

١- مقدمة

يعانى الاقتصاد القياسي من العديد من المشكلات التي تبرز عندما يتعلق الأمر بمجال التطبيق الإحصائي على البيانات الاقتصادية، وبتطبيق الطرق الإحصائية تظهر مشاكل لا تظهر في بيانات أخرى. ولعل مشكلة الارتباط الذاتي (Autocorrelation) أحد أبرز تلك المشكلات التي تنتج من خرق فرض من الفروض اللازمة لتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على نماذج الانحدار، وهي المشكلة التي تعنى وجود علاقة ارتباط بين حد الخطأ العشوائي في فترة زمنية ما، وحد الخطأ العشوائي في فترة زمنية أخرى. ومن الممكن أن يكون الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى أو من الدرجة الثانية أو من أي رتبة أعلى، كما يمكن أن يكون الارتباط الذاتي موجباً (وهو النمط الأكثر انتشاراً في معظم السلاسل الزمنية الاقتصادية) أو سالباً. ويقصد بالارتباط الذاتي الموجب من الدرجة الأولى أن $E\left(U_t U_{t-1}\right) > 0$ وهو ما يعد خرقاً لفرض طريقة (OLS). ونجد أن نموذج الانحدار الخطى الكلاسيكي يفرض عدم وجود الارتباط الذاتي بين حدود حد الخطأ العشوائي أي أن $E\left(U_i U_j\right) = 0$ حيث $i \neq j$ وبالرغم من ظهور الارتباط الذاتي في بيانات السلاسل الزمنية، وكذلك في البيانات المقطعية، إلا أنه يظهر بصورة أكثر وضوحاً في بيانات السلسلة الزمنية، ويلاحظ أن وجود الارتباط الذاتي للبواقي يجعل مقدر المربعات الصغرى أقل كفاءة، وهو ما ينتج عن تأثر تباين المقدر بوجود الارتباط الذاتي، مما يجعل تقديرات فترة الثقة أقل مصداقية reliability، وهو الفرض الذي يوضح وجود استقلال إحصائي متبادل لحدود

حد الخطأ العشوائي (U) المختلفة، بمعنى أن حدود (U) تكون غير مرتبطة خطياً.

٢- مشكلة الدراسة

يعد وجود ارتباط ذاتي بين حدود الخطأ العشوائي في فترة زمنية ما، وأية فترة زمنية أخرى خرقاً لطريقة المربعات الصغرى التي تفترض وجود استقلال بين حدود حد الخطأ العشوائي أي أن $i \neq j \quad E\left(U_i U_j\right) = 0$، وهو ما يؤثر بالطبع على كفاءة مقدرات طريقة المربعات الصغرى، حيث يكون تباين مقدرات المعالم أقل من حقيقتها، وبالتالي تزداد درجة المأمونية[1] في المقدرات عن حقيقتها.

وعليه فإن قيم (Y) المتنبأ بها لا تكون ذات كفاءة، وهو الأمر الذي يتطلب البحث عن طريقة بديلة لطريقة المربعات الصغرى، في ظل حالة عدم توافر الشرط المشار إليه.

٣- هدف الدراسة

تهدف الدراسة إلى البحث عن طرق تقدير أخرى –بخلاف طريقة المربعات الصغرى– وهى المربعات الصغرى المعممة (GLS) Generalized Least squares Estimation، وذلك في ظل وجود مشكلة الارتباط السلسلى، بغرض معرفة أياً منها أفضل في تقدير معالم نموذج الانحدار.

---

(1): تحليل المأمونية أحد أهم أفرع دراسات أختبارات الحياة وهو بدورة يعتمد على دالة هامة تسمى دالة المأمونية s(t) وتعرف على أنها أحتمال أن لايتعدى زمن حدوث الحدث محل الدراسة (T) قيمة معينة ولتكن (t) الشكل الجبرى لها $s(t)=p(T>t)$

٤- الدراسات السابقة

غلب على معظم الدراسات السابقة تناول طرق التقدير البديلة لطريقة المربعات الصغرى في ظل حالة مشكلة الارتباط الذاتي ، حيث قدم Huang and Yang (2016) دراسة بعنوان "مقدر طريقة المكونات الرئيسية للنموذج الخطى بمعلمتين في ظل مشكلة الارتباط الذاتي " On a principal component two-parameter estimator in linear model with auto-correlated errors".

ولقد استهدفت تلك الدراسة المقارنة بين مقدرات عده طرق من طرق التقدير ومنها ما يلي:

- مقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS)Generalized Least Squares Estimator . حيث تستخدم هذه الطريقة في حالة عدم توافر الفروض الأساسية (الكلاسيكية) الخاصة بمتجه الخطأ العشوائي (U)والمتمثلة في عدم وجود ارتباط ذاتي بين عناصر المتجه= U] U_1, U_2, U_3,....., U_r[من جهة وثبات التباين لهذه العناصر من جهة أخرى الواجب توافرها في طريقة المربعات الصغرى العادية فطريقة المربعات الصغرى المعممة تتغلب على مشكلة الارتباط الذاتي للبواقي في حالة وجود انحدار ذاتي من الدرجة الأولى

$$\mathbf{GLS=(x'v^{-1}x)^{-1}\,x'\,v^{-1}\,y} \qquad \text{.................................(١)}$$

-مقدر طريقة انحدار المكونات الرئيسية(PC) Principal Component

$$\hat{\beta}_r = {}^{T}T_r' \,(x'v^{-1}x)^{-1}\,x'\,v^{-1} \qquad \text{..................... ....(٢)}$$

- مقدر طريقة انحدار المكونات الرئيسية بمعلمتين (PCTP) principal component two-parameter

$$\hat{\beta}_{(k,d)}=(x'v^{-1}x+I)^{-1}(x'v^{-1}x+dI)^{-1}(x'v^{-1}x+kI)^{-1}x'v^{-1}y \quad ...(3)$$

ومن المعادلة السابقة يتم تعريف المصفوفات التالية:

dI: تشير إلى مصفوفة الوحدة من الرتبة (n×n) مضروبة في مقدار ثابت d.

حيث: $0 < d < 1$

KI: تشير إلى مصفوفة الوحدة من الرتبة (n×n) مضروبة في مقدار ثابتK.

حيث: $0 < K$

وفـــى ظـــل هـــذه الدراســـة تـــم إجـــراء دراســـة المحاكـــاة عنـــد k=0.1,0.3,0.5,0.7,15

d=0.1,0.2,.....,0.9 **:V**

تشير إلى مصفوفة التباينات والتغايرات للأخطاء في حالة وجود ارتباط ذاتي من الدرجة الأولى وتكتب على الشكل التالي:

$$\Omega_\varepsilon = E(\varepsilon\varepsilon') = \frac{\sigma_u^2}{1-\rho^2}\begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{n-2} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \dots & \rho^{n-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \rho^{n-3} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

و هذا يعني أن معكوس مصفوفة التباينات و التغايرات للأخطاء معرفه كما يلي:

$$\Omega_{\varepsilon}^{-1} = \frac{1}{\sigma_u^2}\begin{pmatrix} 1 & -\rho & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -\rho & 1+\rho^2 & -\rho & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -\rho & 1+\rho^2 & -\rho & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 1+\rho^2 & -\rho \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -\rho & 1 \end{pmatrix}$$

والمقدر المشار إليه في المعادلة رقم (١) يستخدم لتقليل أو تخفيض أثار مشكلة الارتباط الذاتي (Autocorrelation) في نموذج الانحدار الخطى، ولقد تم استخدام متوسط مربع الخطأ (Mean Square Error(MSE للمقارنة بين نتائج تلك الطرق.

وبتطبيق أسلوب المحاكاة (Monte Carlo Simulation)، توصلت الدراسة إلى مقدر طريقة (PCTP)، وذلك استناداً إلى قيمة (MSE)، عندما يكون الارتباط الذاتي حاد.

كما قدم Ayinde (2007) دراسة مقارنة بين أداء مقدرات طريقتي المربعات الصغرى (OLS)، والمربعات الصغرى المعممة (GLS)، في ظل الارتباط الذاتي بين حدود الخطأ العشوائي، حيث أفترض نموذج الانحدار الخطى الكلاسيكي (CLRM) بتلك الدراسة أن المتغيرات التفسيرية غير عشوائية، ومستقلة، وغير مرتبطة مع حدود الخطأ، وهي الشروط التي عادة لا تتحقق، وخاصة في حالة إعادة المعاينة (Repeated Sampling). ويأخذ مقدر طريقة المربعات الصغرى وفق تلك الدراسة الشكل التالي:

$$\hat{\beta} = (x' x)^{-1} x' y \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

حيث أن: $\hat{\beta}$: تمثل مقدر المربعات الصغرى العادية وهو مقدر غير متحيز لمتجه المعالم β

$x^{/}$: تمثل مبدل مصفوفة المتغيرات (التفسيرية)

X: تمثل مصفوفة المتغيرات التفسيرية من الرتبة (n×n)

y: متجه عمودي من الرتبة (n×١) يحتوى على قيم المتغير التابع

ولقد هدفت تلك الدراسة – في ظل وجود حالة متغيرات تفسيرية عشوائية– إلى إيجاد اختيار أفضل طريقة لتقدير المعالم باستخدام الطرق التالية (OLS-GLS-ML-MLGD)،

حيث **(Maximum Likelihood (ML**: وهى تمثل طريقة الإمكان الأعظم، **(Maximum Likelihood Grid (MLGD** وهى تمثل طريقة الإمكان الأعظم الشبكية.

ولقد أخذ مقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة –وفق تلك الدراسة– الشكل التالي:

$$\hat{\beta} = (x^{/}\,\Omega^{-1}x)^{-1}\,x^{/}\,\Omega^{-1}y \quad \ldots\ldots(٥)$$

حيث أن: تشير إلى مصفوفة التباينات والتغايرات للأخطاء في حالة وجود ارتباط ذاتي من الرتبة الأولى.

وذلك في ظل وجود الارتباط الذاتي بين الأخطاء العشوائية، وباستخدام أسلوب المحاكاة بعدد مرات معاودة منخفض وعالي للمحاكاة، وباستخدام معيار (MSE) للمقارنة بين الطرق السابقة. ولقد توصلت الدراسة إلى النتائج التالية:

- تحسن أداء مقدرات الطرق السابقة وذلك بزيادة عدد مرات معاودة المحاكاة.
- تقارب نتائج كل من الطرق التالية (ML-GLS-MLGD) مع طريقة (OLS)، وذلك في حالة عدد أقل من مرات معاودة المحاكاة.
- بزيادة عدد مرات معاودة المحاكاة، يفضل مقدر (OLS) عن باقي مقدرات الطرق الأخرى، وذلك عند مستويات مختلفة من الارتباط.

ولقد قدم Safi and White (2006) دراسة بعنوان "كفاءة طريقة المربعات الصغرى في ظل وجود ارتباط ذاتي في نموذج الانحدار– The Efficiency Of OLS In The Presence Of Auto Correlated Disturbances In Regression Models"، حيث يتسم مقدر طريقة المربعات الصغرى (OLS) بالكفاءة، وذلك عندما يكون متوسط الارتباط بين البواقي يساوي صفر وقيمة تباين ثابتة وغير مرتبطة، أما في حاله السلاسل الزمنية، فغالباً ما يكون هناك ارتباط بين البواقي ومقدر طريقة المربعات الصغرى، ويأخذ الشكل التالي:

$$\hat{\beta} = (x^{/}\, x)^{-1}\, x^{/}\, y \ldots\ldots(6)$$

ولقد استخدمت هذه الدراسة طرق تقدير متينة (Robustness) كطرق بديلة لطريقة (OLS)، ومنها طريقة (2) EGLS-AR،-EIGS، GLS،AR(4). وبتطبيق أسلوب المحاكاة في ظل ثلاثة أحجام للعينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة (٥٠،١٠٠،٢٠٠)، ومتجهه مكون من ثلاثة متغيرات مستقلة غير عشوائية (Non-Stochastic) في ثلاث صور رياضية وهى: خطية، ومن الدرجة الثانية، وأسية . وذلك بعدد مرات معاودة المحاكاة

المستخدمة ١٠٠٠مرة، ومقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة في هذه الدراسة يأخذ الشكل التالي:

$$\hat{\beta} = (x^{/} \Sigma^{-1} x)^{-1} x^{/} \Sigma^{-1} y \ldots\ldots (٧)$$

حيث أن Σ : تشير إلى مصفوفة التباينات والتغايرات للأخطاء في حالة وجود ارتباط ذاتي من الرتبة الأولى.

ولقد توصلت هذه الدراسة إلى النتائج التالية:

- أن هناك فروق في الكفاءة النسبية لكل من الطرق السابقة.
- بصرف النظر عن حجم العينة وهيكل المتجه ودرجة الارتباط الذاتي بين البواقي، فإن الكفاءة النسبية لمقدر طريقة (OLS) تزداد –بصفة عامة– مع تناقص قيم تباينات المتغير العشوائي، وخاصة إذا كان هيكل الخطأ من الدرجة الأولى أو الثانية والمتغير التابع غير عشوائي وخطى أو من الدرجة الأولى. وفى ظل تلك الشروط فإن مقدر (OLS) يتقارب في جودته مع الطرق الأخرى المستخدمة.

ولقد قدم Smadi and Abu-Afouna (٢٠١٢) دراسة بعنوان "تقدير نموذج الانحدار الخطى البسيط باستخدام طريقة المربعات الصغرى وذلك في ظل مشكلة الارتباط الذاتي– On Least Squares Estimation in a Simple Linear Regression Model with Periodically Correlated Errors"، ولقد استهدفت تلك الدراسة استكشاف خصائص التقديرات $(\hat{\beta}_1)$, $\hat{\beta}_0$ في نموذج الانحدار الخطى البسيط عند تقديرها بطريقة (LS) في ظل وجود الارتباط الذاتي للأخطاء من الدرجة الأولى AR(1) autoregressive model of order 1، وهو يمثل نموذج انحدار من الرتبة

الأولى أو بين مكونات الخطأ في حالة البيانات الموسمية seasonal autoregressive model of order1PAR(1) وهو يمثل نموذج انحدار ذاتي موسمي من الرتبة الأولى ونجد أن تقديرات نموذج الانحدار الخطى البسيط بطريقة (LS) تأخذ الشكل التالي، والذي أشار إليه (٢٠١٢) Smadi and Abu-Afouna:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_t (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sum_t (x_t - \bar{x})} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}}, \qquad \hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

ولقد تبين أن تباينات تقديرات نموذج ....(8)

(الانحدار الخطى البسيط –وفقاً لما أشار إليه والذي أشار إليه (٢٠١٢ Smadi and Abu-Afouna– قد تزيد أو تقل عن قيم التباينات الفعلية، كما هو موضح في المعادلة التالية:

$$\text{var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{S_{XX}}, \quad \text{var}(\hat{\beta}_0) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{S_{XX}}\left[\frac{S_{xx}}{n} + \bar{x}^2\right] \quad ....(9)$$

σ_ε^2: يشير إلى تباين الأخطاء العشوائية.

sxx: تباينات العينة الواقعة على القطر الرئيسي في مصفوفة التباينات والتغايرات.

n:حجم العينة.

$\bar{x}^2$: مربع متوسط العينة.

وباستخدام تقديرات طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) يمكن التغلب على هذه المشكلة، ومن ثم الحصول على نتائج أفضل، وذلك استناداً إلى ما قدمه والذي أشار إليه Smadi and Abu-Afouna (2012):

$$\hat{\beta}_{GLS} = (x'_n c_n^{-1} x_n)^{-1} x'_n c_n^{-1} y_n \quad ....(١٠)$$

١ – ٥ – فرض الدراسة

توجد فروق معنوية بين تقديرات طريقة (OLS) وتقديرات (GLS).

٢ – ٦ – منهجية الدراسة

اعتمدت الدراسة في منهجيتها على استخدام أسلوب المحاكاة لتوليد مجموعات مختلفة من البيانات، وذلك لتقييم أداء كل من مقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة ومقدر المربعات الصغرى، في ظل مشكلة الارتباط الذاتي بغرض معرفة أيهما أكثر كفاءةً في تقدير معالم نموذج الانحدار.

(١-٦): مقدر طريقة المربعات الصغرى

أكد عامر (٢٠١٥) على ضرورة توجيه الاهتمام عند تقدير المعلمة β من الدرجة ($K \times 1$) إلى ما ورد في النموذج التالي:

$$\underset{(nx1)}{Y} = \underset{(nxk)}{X}\,\underset{(kx1)}{\beta} + \underset{(nx1)}{U} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (11)$$

حيث Y: متجه المتغير التابع من الرتبة $(nx1)$، x: تمثل مصفوفة المتغيرات المستقلة من الرتبة (nxk) وتأخذ الصورة التالية:

$$X_{(nxK)} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \ldots\ldots\ldots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} \ldots\ldots\ldots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} \ldots\ldots\ldots & X_{nk} \end{bmatrix}$$

β: متجه المعالم المجهولة من الرتبة $(K \times 1)$، u: حد الخطأ العشوائي من الرتبة(n x 1)، المصفوفة X غير عشوائية وذلك وفق افتراضات النموذج التالية:

$$E(U) = 0$$

$$Cov(U) = E(U\hat{U}) = \sigma_u^2 I_n$$

$$Cov(X, U) = 0$$

ووفقاً لما أشار إليه عامر (٢٠١٥)، فإن مقدر المربعات الصغرى يأخذ الشكل التالي:

$$\hat{\beta}_{ols} = (X\,x)^{-1} X'\,y \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

(٣-٦): مقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS)

تتغلب طريقة أيتكن (Aitken 1947) للمربعات الصغرى المعممة على مشكلة الارتباط الذاتي للبواقي في حالة وجود افتراضات طريقة المربعات الصغرى العادية انحدار ذاتي من الدرجة الأولى، حيث:

$$U_t = PU_{t-1}\ T\varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

$$E(e_t\, e_s) = 0 \quad \forall\, t \neq s$$

$$E(e_t\, U_{t-1}) = 0$$

وللحصول على مقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة يتم ضرب مقدر طريقة المربعات الصغرى العادية

$$\beta_{ols} = (X'\,X)^{-1} X'\,Y$$

في مقلوب Ω، وهى مصفوفة محددة موجبة positive Definite Matrix، حيث:

$$\Omega = E\,(UU') \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 \dots\dots\dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \rho \quad \dots\dots\dots & \rho^{n-2} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho^{n-1} & & \rho^{n-2} P \rho^{n-3} \dots & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots\dots\dots (13)$$

فإن معكوس هذه المصفوفة هو:

$$\Omega^{-1} = \frac{1}{1-\rho^2} \begin{bmatrix} 1 & -\rho & 0 \dots 0 & 0 \\ -\rho & 1+\rho & -\rho \dots 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 1+\rho^2 \dots 0 & \rho \\ \rho & 0 & -\rho & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots\dots\dots (14)$$

حيث أن:

$$\hat{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{U}_1 \hat{U}\, i-1}{\sum_{i=2}^{n} \hat{U}_{i-1}^2} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (15)$$

حيث $\hat{P}$:(رو (يمثل مقدر معامل الارتباط الذاتي من الرتبة الأولى، وعليه فإن مقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة يعطى بالعلاقة:

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \epsilon_i^2}{n-K}$$

$$\hat{\beta}_{gls} = (X'\Omega^{-1} X)^{-1} X'\Omega^{-1} y \dots\dots\dots\dots\dots\dots (16)$$

$$\hat{e}_1 = \hat{U}_1 \sqrt{1-\hat{P}^2}$$

$$\hat{\epsilon}_i = \hat{U}_i - \hat{P}\hat{U}_{i-1} \quad for\ i = 1, 2, \dots, n$$

(٣-٦):خصائص دراسة المحاكاة

للمقارنة بين مقدرات طريقتي ((GLS ،OLS)) تم استخدام تجربة محاكاة مونت كارلو، وهي التجربة التي اعتمدت على الخصائص التالية:

- حجم العينة (n): فقد تم الاعتماد على أربعة مستويات لحجم العينة متناهي في الصغر وصغير ومتوسط وكبير (٥٠،٣٠،١٥،٥).
- القيم الحقيقية للمعالم (β) The true values of the parameters

  $(\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 1)$ حيث k=3
- معامل الارتباط الذاتي من الرتبة الأولى ρ=(0.50,0.90)، حيث تم استخدام ارتباط متوسط وقوى.
- تباين الخطأ العشوائي (σ_ϵ^2 :The variance of the error term) ((1,5
- عدد مرات معاودة المحاكاة Monte Carlo trials

  L = 1, 2, 3, 4, ………, 5000

(٤-٦): معايير المقارنة بين كفاءة المقدرات

وللمقارنة بين كفاءة المقدرين باستخدام طريقتي (OLS) و(GLS)، تستخدم المعايير التالية:

- التحيز والتباين لكلا المقدرين

$$Bias\left(\hat{B}ols\right) = \hat{\beta}_{ols} - \beta \dots\dots\dots\dots (17)$$

$$Bias\ \left(\hat{B}gls\right) = \hat{\beta}_{gls} - \beta \dots\dots\dots\dots\ (18)$$

$$Var\left(\hat{B}ols\right) = (X'\,X)^{-1}X'\Omega\,X\,(X'\,X)^{-1} \ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

$$Var\left(\hat{B}gls\right) = (X'\Omega^{-1}\,X)^{-1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

٧- نتائج الدراسة

(7-1):عرض لجداول النتائج

جدول رقم (١): مقدرات طريقتي (GLS, OLS) في حالة معامل ارتباط ذاتي ρ=0,50 وتباين حد الخطأ العشوائى σ_{ϵ}^{2}=١ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة

تقدير المعالم (β)	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2
حجم العينة (n)	5	5	5	15	15	15	30	30	30	50	50	50
مقدراتOLS	0.988	0.975	0.996	0.986	0.967	0.996	0.985	0.968	0.995	0.986	1.041	1.004
مقدراتGLS	0.987	0.984	0.997	0.985	0.978	1.0003	0.9848	0.979	0.9993	0.986	0.975	1.003

(المصدر: بمعرفة الباحث باستخدام لغة R الإصدار ٣,١,١).

يتضح من الجدول السابق رقم (١) أن مقدرات طريقتي المربعات الصغرى العادية والمربعات الصغرى المعممة (β_2–β_1–β_0) عند الأحجام المختلفة (من ٥ إلى ٥٠)، وفى ظل معامل ارتباط ذاتي ρ=٠,٥٠ وتباين حد الخطأ العشوائى σ_{ϵ}^{2}=١ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة هي:

- **بالنسبة لطريقة (OLS)**: تراوحت مابين (٠,٩٦٧) إلى (١,٠٠٤).
- **بالنسبة لطريقة (GLS)**: تراوحت مابين (0.975) إلى (1.003).

ومما سبق يتضح أن مقدر طريقة المربعات الصغرى يكون أقل كفاءة مقارنة بمقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة، وذلك لأن تباين مقدر طريقة المربعات الصغرى يتأثر بوجود الارتباط الذاتي مقارنة بمقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة، ومن ثم تكون تقديرات فترات الثقة بالنسبة لمقدر طريقة المربعات الصغرى أقل مصداقية بالنسبة لمقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة.

جدول رقم (٢): مقدرات طريقتي (GLS, OLS) في حالة معامل ارتباط ذاتي ρ=٠،٥٠ وتباين حد الخطأ العشوائي σ_{ϵ}^{2}=٥ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة

تقدير المعالم (β)	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2
حجم العينة (n)	5	5	5	15	15	15	30	30	30	50	50	50
مقدرات OLS	1.019	0.956	1.03	1.021	0.961	1.032	1.029	0.961	1.015	1.019	0.965	1.011
مقدراتGLS	1.018	0.959	1.031	1.02	0.98	1.038	1.027	0.972	1.021	1.019	0.977	1.023

(المصدر: بمعرفة الباحث باستخدام لغة R الإصدار ٣,١,١).

يتضح من الجدول السابق رقم (٢) أن مقدرات طريقتي المربعات الصغرى العادية والمربعات الصغرى المعممة $(\beta_2 - \beta_1 - \beta_0)$ عند الأحجام المختلفة(من ٥ إلى ٥٠) وفى ظل معامل ارتباط ذاتي ρ =٠,٥٠ وتباين حد الخطأ العشوائي σ_{ϵ}^{2}=٥ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة هي:

- **بالنسبة لطريقة (OLS)**: تراوحت مابين (٠,٩٥٦) إلى (١,٠٣٢).
- **بالنسبة لطريقة (GLS)**: تراوحت مابين (٠,٩٥٩) إلى (١,٠٣٨).

ومما سبق يتضح أن مقدر طريقة المربعات الصغرى يكون أقل كفاءة مقارنة بمقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة، وذلك لأن تباين مقدر طريقة المربعات الصغرى يتأثر بوجود الارتباط الذاتي مقارنة بمقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة، ومن ثم تكون تقديرات فترات الثقة بالنسبة لمقدر طريقة المربعات الصغرى أقل مصداقية بالنسبة لمقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة.

جدول رقم (٣): مقدرات طريقتي (GLS, OLS) في حالة معامل ارتباط ذاتي ρ=٠،٩٠ وتباين حد الخطأ العشوائى σ_{ϵ}^{2}=١ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة

تقدير المعالم (β)	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2
حجم العينة (n)	5	5	5	15	15	15	30	30	30	50	50	50
مقدراتGLS	1.001	0.972	0.9996	1.0008	0.974	0.995	0.986	0.973	0.998	0.991	0.967	1.0006
مقدراتGLS	0.9998	0.984	1.012	0.9991	0.992	1.006	0.999	0.993	1.004	1.009	0.993	1.004

(المصدر: بمعرفة الباحث باستخدام لغة R الإصدار ٣,١,١).

يتضح من الجدول السابق رقم (٣) أن مقدرات طريقتي المربعات الصغرى العادية والمربعات الصغرى المعممة $(\beta_2 - \beta_1 - \beta_0)$ عند الأحجام المختلفة(من٥ إلى٥٠) وفى ظل معامل ارتباط ذاتي ρ=٠,٩٠ وتباين حد الخطأ العشوائى σ_{ϵ}^{2}=١ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة هي:

- **بالنسبة لطريقة (OLS)**: تراوحت مابين (٠,٩٧٢) إلى (١,٠٠١).
- **بالنسبة لطريقة (GLS)**: تراوحت مابين (٠,٩٨٤) إلى (١,٠١٢).

ومما سبق يتضح أن مقدر طريقة المربعات الصغرى يكون أقـل كفـاءة مقارنة بمقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة، وذلـك لأن تبـاين مقـدر طريقة المربعات الصغرى يتأثر بوجود الارتباط الذاتي مقارنة بمقدر طريقـة المربعات الصغرى المعممة، ومن ثم تكون تقديرات فترات الثقة بالنسبة لمقدر طريقة المربعات الصغرى أقل مصداقية بالنسبة لمقـدر طريقـة المربعـات الصغرى المعممة.

جدول رقم (٤): مقدرات طريقتي (GLS, OLS) في حالة معامل ارتباط ذاتي ρ=٠،٩٠ وتباين حد الخطأ العشوائي σ_{ϵ}^{2}=٥ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة

تقدير المعالم (β)	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2
حجم العينة (n)	5	5	5	15	15	15	30	30	30	50	50	50
مقدرات GLS	1.002	1.058	0.961	1.095	1.065	0.953	1.668	1.067	0.954	1.139	1.047	0.947
مقدرات GLS	1.011	1.065	0.973	1.115	1.069	0.988	1.113	1.076	0.983	1.182	1.067	0.973

(المصدر: بمعرفة الباحث باستخدام لغة R الإصدار ٣,١,١).

يتضح من الجدول السابق رقـم (٤) أن مقـدرات طريقتـي المربعـات الصغرى العادية والمربعات الصغرى المعممـة $(\beta_2-\beta_1-\beta_0)$ عنـد الأحجـام المختلفة (من ٥ إلى ٥٠) وفى ظل معامل ارتباط ذاتي ρ=٠,٩٠ وتباين حد الخطأ العشوائىσ_{ϵ}^{2}=٥ في حالة عدد مرات معاودة المحاكـاة ٥٠٠٠ محاولـة هي:

- **بالنسبة لطريقة (OLS)**: تراوحت مابين (٠,٩٤٧) إلى (١,٦٦٨).
- **بالنسبة لطريقة (GLS)**: تراوحت مابين (٠,٩٧٣) إلى (١,١١٥).

ومما سبق يتضح أن مقدر طريقة المربعات الصغرى يكون أقـل كفـاءة مقارنة بمقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة، وذلـك لأن تبـاين مقـدر طريقة المربعات الصغرى يتأثر بوجود الارتباط الذاتي مقارنة بمقدر طريقـة المربعات الصغرى المعممة، ومن ثم تكون تقديرات فترات الثقة بالنسبة لمقدر طريقة المربعات الصغرى أقل مصداقية بالنسبة لمقـدر طريقـة المربعـات الصغرى المعممة.

جدول رقم (٥): التحيز والتباين لمقدرات طريقتـي (GLS, OLS) في حالة معامل ارتباط ذاتي ρ= ٠,٥٠ وتباين حد الخطأ العشوائى σ_{ϵ}^{2}=١ فـي حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة

تقدير المعالم (β)	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2
حجم العينة (n)	5	5	5	15	15	15	30	30	30	50	50	50
Bias ols	-0.012	-0.025	-0.004	-0.014	-0.033	-0.004	-0.015	-0.032	-٠,٠٠٥	-0.014	0.041	0.004
Bias Gls	-0.013	-0.016	-0.003	-0.015	-0.022	0.0003	-0.0152	-0.021	-0.0007	-0.014	-0.025	0.003
Var OLS	86.906	5.526	3.400	88.95	6.98	4.43	89.40	7.40	4.71	89.69	7.59	4.98
Var GLS	86.682	4.329	2.658	88.57	4.94	3.94	89.04	5.20	3.36	89.29	5.32	3.49

(المصدر: بمعرفة الباحث باستخدام لغة R الإصدار ٣,١,١).

يتضح من الجدول السابق رقم (٥) أن التحيز والتباين لمقدرات طريقتـي المربعات الصغرى العادية والمربعات الـصغرى المعممـة $(\beta_2 - \beta_1)$ عنـد الأحجام المختلفة (من ٥ إلى ٥٠) وفى ظل معامل ارتباط ذاتـي ρ=٠,٥٠ وتباين حد الخطأ العشوائى σ_{ϵ}^{2}=١ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة هي: وبناء على ما سبق يتضح أن التحيز والتباين لمقـدرات طريقـة

المربعات الصغرى المعممة (GlS) أقل من التحيز والتباين لمقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) وعليه فان مقدرات طريقة المربعات الصغرى المعممة في ظل توافر الشروط السابقة المشار إليها فهي أكثر كفاءة من مقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية.

- **التحيز بالنسبة لطريقة (OLS):** تراوح مابين (0.033-) إلى(0.041).
- **التحيز بالنسبة لطريقة (GLS):** تراوح مابين (0.025-) إلى (0.003).
- **التباين بالنسبة لطريقة (OLS):** تراوح مابين (3.400) إلى (٧,٥٩).
- **التباين بالنسبة لطريقة (GLS):** تراوح مابين (2.658) إلى (٥,٣٢).

جدول رقم(٦):التحيز والتباين لمقدرات طريقتي (GLS, OLS) في حالة معامل ارتباط ذاتي ρ=0,50 وتباين حد الخطأ العشوائىσ_{ϵ}^{2}=٥ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة

تقدير المعالم (β)	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2
حجم العينة (n)	5	5	5	15	15	15	30	30	30	50	50	50
Bias ols	0.019	-0.044	0.030	0.021	-0.039	0.032	0.029	-0.039	0.015	0.019	-0.035	0.011
Bias Gls	0.018	-0.041	0.031	0.020	-0.02	0.038	0.027	-0.028	0.021	0.019	-0.023	0.023
Var OLS	400.26	17.86	13.95	409.10	26.57	17.10	411.76	27.96	18.43	413.009	28.98	19.47
Var GLS	799.03	11.93	11.23	407.39	15.56	13.82	409.9	16.50	14.71	411.14	17.14	15.34

(المصدر: بمعرفة الباحث باستخدام لغة R الإصدار ٣,١,١).

يتضح من الجدول السابق رقم (٦) أن التحيز والتباين لمقدرات طريقتي المربعات الصغرى العادية والمربعات الصغرى المعممة (β_2–β_1) عند الأحجام المختلفة (من ٥ إلى ٥٠)، وفى ظل معامل ارتباط ذاتي ρ=٠,٥٠ وتباين حد الخطأ العشوائى٥=σ_{ϵ}^{2} في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة هي:

- **التحيز بالنسبة لطريقة (OLS)**: تراوح مابين (-٠,٠٤٤) إلى (٠,٠٣٢).
- **التحيز بالنسبة لطريقة (GLS)**: تراوح مابين (-٠,٠٤١) إلى (٠,٠٣٨).
- **التباين بالنسبة لطريقة (OLS)**: تراوح مابين (١٣,٩٥) إلى (٢٨,٩٨).
- **التباين بالنسبة لطريقة (GLS)**: تراوح مابين (١١,٢٣) إلى (١٧,١٤).

وبناء على ما سبق، يتضح أن التحيز والتباين لمقدرات طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) أقل من التحيز والتباين لمقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS)، وعليه فان مقدرات طريقة المربعات الصغرى المعممة في ظل توافر الشروط السابقة المشار إليها فهي أكثر كفاءة من مقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية.

جدول رقم (٧): التحيز والتباين لمقدرات طريقتي (GLS) و(OLS) في حالة معامل ارتباط ذاتي ٠،٩٠ =ρ وتباين حد الخطأ العشوائي σ_{ϵ}^{2}=١ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة

تقدير المعالم (β)	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2
حجم العينة (n)	5	5	5	15	15	15	30	30	30	50	50	50
Bias ols	0.001	-0.028	- 0.0004	0.0008	-0.026	-0.005	-0.014	-0.027	-0.002	-0.009	-0.033	0.0006
Bias Gls	-0.0002	-0.016	0.012	-0.0009	-0.008	0.006	-0.001	-0.007	0.004	0.009	-0.007	٠,٠٠٤
Var OLS	1124.77	38.44	53.10	1548.9	48.62	67.5	1837.20	66.58	72.77	1915.09	69.92	76.02
Var GLS	1120.07	25.61	39.68	1532.75	29.05	42.28	1810.95	31.01	43.22	1881.40	31.62	76.02

(المصدر: بمعرفة الباحث باستخدام لغة R الإصدار ٣,١,١).

يتضح من الجدول السابق رقم (٦) أن التحيز والتباين لمقدرات طريقتي المربعات الصغرى العادية والمربعات الصغرى المعممة $(\beta_2-\beta_1)$ عند الأحجام المختلفة (من ٥ إلى ٥٠) وفى ظل معامل ارتباط ذاتي $\rho=$ ٠,٥٠ وتباين حد الخطأ العشوائى $\sigma_{\epsilon}^2=$٥ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة هي:

- **التحيز بالنسبة لطريقة (OLS)**: تراوح مابين (-٠,٠٣٣) إلى (٠,٠٠٠٦).
- **التحيز بالنسبة لطريقة (GLS)**: تراوح مابين (-٠,٠١٦) إلى (٠,٠١٢).
- **التباين بالنسبة لطريقة (OLS)**: تراوح مابين (٣٨,٤٤) إلى (٧٦,٠٢).
- **التباين بالنسبة لطريقة (GLS)**: تراوح مابين (٢٥,٦١) إلى (٧٦,٠٢).

وبناء على ما سبق، يتضح أن التحيز والتباين لمقدرات طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) أقل من التحيز والتباين لمقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS)، وعليه فان مقدرات طريقة المربعات الصغرى المعممة، في ظل توافر الشروط السابقة المشار إليها فهي أكثر كفاءة من مقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية.

جدول رقم (٨): التحيز والتباين لمقدرات طريقتي (GLS) و (OLS)في حالة معامل ارتباط ذاتي = ٠،٩٠ ρ وتباين حد الخطأ العشوائي $\sigma_{\epsilon}^2=$٥ في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة

β_2	β_1	β_0	β_2	β_1	β_0	β_2	β_1	β_0	β_2	β_1	β_0	تقدير المعالم (β)
50	50	50	30	30	30	15	15	15	5	5	5	حجم العينة (n)
-0.053	0.047	0.139	-0.046	0.067	0.668	-0.047	0.065	0.095	-0.039	0.058	0.002	Bias ols
-0.027	0.067	0.182	-0.017	0.076	0.113	-0.012	0.069	0.115	-0.027	0.065	0.011	Bias Gls
413.12	667.48	10691.66	401.42	640.81	10224.01	386.30	624.21	7967.77	311.37	612.07	5450.22	Var OLS
239.51	344.32	10493.98	236.49	339.57	1062.65	231.29	332.93	7857.07	206.92	323.88	5387.41	Var GLS

(المصدر: بمعرفة الباحث باستخدام لغة R الإصدار ٣,١,١).

يتضح من الجدول السابق رقم (٨)، أن التحيز والتباين لمقدرات طريقتي المربعات الصغرى العادية والمربعات الصغرى المعممة $\left(\beta_2-\beta_1\right)$ عند الأحجام المختلفة (من ٥ إلى ٥٠) وفى ظل معامل ارتباط ذاتي $\rho=$٠,٩٠ وتباين حد الخطأ العشوائى٥= σ_ϵ^2 في حالة عدد مرات معاودة المحاكاة ٥٠٠٠ محاولة هي:

- **التحيز بالنسبة لطريقة (OLS):** تراوح مابين (-٠,٠٥٣) إلى (٠,٠٦٥).
- **التحيز بالنسبة لطريقة (GLS):** تراوح مابين(-٠,٠٢٧) إلى (٠,٠٦٩).
- **التباين بالنسبة لطريقة (OLS):** تراوح مابين (٣١١,٣٧) إلى (٦٦٧,٤٨).
- **التباين بالنسبة لطريقة (GLS):** تراوح مابين (٢٠٦,٩٢) إلى (٣٤٤,٣٢).

وبناء على ما سبق، يتضح أن التحيز والتباين لمقدرات طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) أقل من التحيز والتباين لمقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية ،(OLS) وعليه فان مقدرات طريقة المربعات الصغرى المعممة، في ظل توافر الشروط السابقة المشار إليها فهي أكثر كفاءة من مقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية.

(٣-٧) نتائج دراسة المحاكاة:

بعد استعراض الجداول السابقة، يمكن إيجاز نتائج المحاكاة في الآتي:

- مقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) أكثر كفاءة من مقدر طريقة المربعات الصغرى (OLS).
- التباين والتحيز لمقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) أقل من التباين والتحيز لمقدر طريقة المربعات العادية (OLS).
- بزيادة حجم العينة من ٥ إلى ٣٠ مفردة، يتضح انخفاض قيمة التحيز والتباين لكلاً من المقدرين، إلا أن التحيز والتباين لمقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة أفضل من التحيز والتباين لمقدر طريقة المربعات الصغرى العادية.
- مع زيادة معامل الارتباط الذاتي من الرتبة الأولى من ٠,٥٠ إلى ٠,٩٠، نلاحظ زيادة التحيز والتباين لمقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية والمعممة، إلا أنه من الملاحظ أيضاً أن التحيز والتباين لمقدرات طريقة المربعات الصغرى والمعممة لا زالت هي الأفضل.
- مع زيادة تباين حدود الخطأ العشوائي من ١ إلى ٥، يتضح زيادة كلاً من التحيز والتباين لمقدرات طريقة (OLS) و(GLS)، كما يلاحظ أن

مقدرات طريقة (OLS) تعد الأفضل في هذه الحالة من حيث التحيز والتباين.

٨- التوصيات

(٨–١): بناء على النتائج السابق طرحها، توصي الدراسة بما يلي:

- في حالة عدم توافر شرط عدم الارتباط الذاتي يفضل عدم إتباع طريقة المربعات الصغرى العادية.
- يفضل استخدام طريقة المربعات الصغرى المعممة في حالة العينات الكبيرة حيث تتمتع هذه الطريقة بأقل تحيز وتباين، وذلك في حالة تباين حد الخطأ العشوائى $\sigma_{\epsilon}^{2} =$ ١.
- يفضل استخدام طريقة المربعات الصغرى المعممة في حالة وجود ارتباط ذاتي ٠،٥٠.

(٨–٢): موضوعات مقترحه لبحوث مستقبليه

فيما يتعلق بالدراسات المستقبلية، توصي الدراسة بما يلي:

- تطبيق الدراسة في ظل درجات ارتباط ذاتي مختلفة وأحجام عينات مختلفة وتباين مختلف عن القيمة خمسه .
- –عمل كود برمجي للمقارنة بين مقدرات طريقتي المربعات الصغرى **(OLS)** وطريقة الإمكان الأعظم **(ML)** وتوليد أكثر من متغيرين مستقلين وذلك في ظل وجود ارتباط ذاتي.

٩- مراجع الدراسة: References

٩-١:المرجع العربي

عامر (غزال)، ٢٠١٥، "الاقتصاد القياسي وتحليل الـــسلاسل الزمنيـــة"، القاهرة: معهد الدراسات والبحوث الإحصائية، جامعة القاهرة.

٩-٢: المراجع الأجنبية

- Aitken, A.C.(1947).“On the estimation of many statistical Parameters”, ***Proceedings of the Royal Society of Edinburgh Section***, A55,369–377.
- Abonazel, M.R. (2009).“Some properties of random coefficients regression estimators”. ***MSc thesis. Institute of Statistical Studies and Research. Cairo University***.
- Abonazel, M. R. (2014a).“Some estimation methods for dynamic panel data models". ***PhD thesis. Institute of Statistical Studies and Research. Cairo University***.
- Abonazel, M. R. (2014b).“StatisticalanalysisusingR”,***Annual ConferenceonStatistics,ComputerSciencesandOperations Research,***Vol. 49. Institute of Statistical Studies and research, Cairo University. DOI:10.13140/2.1.1427.2326.
- Ayinde, K.(2006).“AStudyof Robustness of Some methods of Parameter Estimation Regression Model to Correlation”. ***Unpublished Ph.D Thesis University of Ilorin, Nigeria***.
- Ayinde, K.(2007),“A Comparative study of the performances of the OLS and Some GLS Estimators when Stochastic Regressors are both Collinear and Correlated with Error Terms”. ***Journal of Mathematics and statistics***, 3(4):pp196-200.

- Barreto, H. and Howland, F. (2005).“Introductory econometrics:***using Monte Carlo simulation with Microsoft excel”***. Cambridge University Press.
- Craft, R. K. (2003). “Using spreadsheets to conduct Monte Carlo experiments for teaching introductory econometrics”. ***Southern Economic Journal***, 726-735
- Crawley, M. J. (2012). “***The R book***”. John Wiley & Sons.
- Gentle, J. E. (2003). “Random number generation and Monte Carlo methods”. ***Springer Science & Business Media***.
- Gentle, J. E., Härdle, W. K. and Mori, Y. (2012). “Handbook of computational statistics: concepts and methods”. ***Springer Science & Business Media.***
- Gujarati,(2003).“***Basic econometrics***”.4th ed. McGraw-Hill Education.
- Huang, J. and Yang ,H. (2013), ”On a principle component Two parameter estimator in linear model with auto-correlated errors”, ***Springerveriag Berlin Heidelberg***, pp217-230.
- Huitema, B. E. and Mckean, J. W. (2007). “An improved portmanteau test for auto correlated error in interrupted time-series regressions model”. ***Behavior Research Methods***,39, 343-349.
- Koreisha, S. G. and Fang, Y. (2004). “Forecasting with serially correlated regressionmodels”. ***Journal of Statistical Computations and Simulation.*** 74,625-649.
- Muller, W.G. and Stehlih,(2009). “Issues in the optimal design of computer simulation experiments”. ***Applied***

Stochastic Models in Business and Industry, 250,163-177.

- Smadi, A. A., and Abu-Afouna, N.,H. (2012), "On least squares Estimation in simple linear regression model with periodically correlated errors: A cautionary Note”, ***Austrian Journal of statistics***, 41(3),211-226.
- Safi, S. and White, A. (2006). "The Efficiency of ols in the in the presence of auto correlated disturbances in regression models", ***Journal of Modern Applied statistical Methods***, 15(10),107-117.

ملاحق الدراسة

ملحق رقم (١): الكود البرمجي

```
#---- Stage two: Building the model
#---- Step 1: Suppose the true values of the parameters vector
:
True.Beta<- c(1,1,1)
#---- Step 2: Choose the sample size n:
n=5
#---- Step 3: generate the random generate the of the error
vector u under A1:
sigma.epsilon = sqrt(1)
rho=0.50
epsilon= rnorm(n,0, sigma.epsilon)
u=c(0)
u[1]=epsilon[1]/((1-(rho)^2)^0.5)
for(i in 2:n) u[i]=rho*u[i-1]+epsilon[i]
#---- Step 4: Generate the fixed values of the independent
variables matrix X under A2 and A3:
X=cbind(1,runif(n,-1,1),runif(n,-1,1))
#---- Step 5: Generate the values of dependent variable Y :
Y=X%*%True.Beta+u
#########################################################
################
#---- Stage three: The treatment (by cerate estimation
function):
estimation<-function(Y=Y,X=X){
#---- Step 1: calculate OLS and GLS estimators
##1 ---- OLS estimator:
Beta.hat.ols = solve(t(X) %*% X) %*% t(X) %*% Y
## 2 ----GLS estimator:
rho.hat = (t(u[-n] )%*% u[-1])/sum(u[-1]^2)
dim(rho.hat)=NULL
```

```
if(rho.hat>1) rho.hat=0.99; if(rho.hat<0) rho.hat=0.005
#------------------
epsilon.hat=NA
epsilon.hat[1]= u[1]*(1 - (rho.hat) ^2) ^0.5
epsilon.hat[2:n]= u[-1]+rho.hat * u[-n]
sigma2.epsilon.hat= sum(epsilon.hat^2)/(n-2)
dim(sigma2.epsilon.hat)=NULL
#------------------
v <- matrix(NA,nrow = n,ncol = n)
for (i in 1:n) for (j in 1:n) v[i,j]=(rho.hat) ^ abs(i - j)
omega<- (sigma2.epsilon.hat / (1 - (rho.hat) ^ 2)) * v
Beta.hat.gls = solve(t(X) %*% solve(omega) %*% X) %*%
(t(X) %*% solve(omega) %*% Y)
#---- Step 2: Calculate the Simulation criteria (bias and
variance)
bias.ols = Beta.hat.ols - True.Beta
bias.gls = Beta.hat.gls - True.Beta
var.Beta.hat.gls = diag(solve(t(X) %*% solve(omega) %*%
X))
var.Beta.hat.ols = diag (solve(t(X) %*% X) %*% t(X) %*%
omega %*% X %*% solve(t(X) %*% X))
BV= cbind(bias.ols, bias.gls, var.Beta.hat.ols,
var.Beta.hat.gls)
rownames (BV)= c("Beta0","Beta1","Beta2")
colnames(BV)= c("Bias OLS","Bias GLS", "Var OLS","Var
GLS")
return (BV) }
##########################################################
###########
#---- Stage four: The Replications
L=5000
Sim.results=matrix (0,nrow=3,ncol=4)
for (l in 1:L) {
```

```
epsilon= rnorm(n,0, sigma.epsilon)
u=c(0)
u[1]=epsilon[1]/((1-(rho)^2)^0.5)
for(i in 2:n) u[i]=rho*u[i-1]+epsilon[i]
Y=X%*%True.Beta+u
results.matrix = estimation (Y=Y,X=X)
Sim.results = Sim.results + results.matrix
}
average= Sim.results /l
average
write.table(average, "clipboard", sep="\t", col.names=NA )
#Complete Program
#---  1- cerate estimation function
estimation<- function(Y = Y,X = X) {
  #---- Step1: calculate OLS and GLS estimators
  ##1 ---- OLS estimator:
Beta.hat.ols = solve(t(X) %*% X)  %*% t(X) %*% Y
  ## 2 ----GLS estimator:
  n = length(Y)
rho.hat = (t(u[-n]) %*% u[-1]) / sum(u[-1] ^ 2)
dim(rho.hat) = NULL
if (rho.hat> 1)
rho.hat = 0.99
if (rho.hat< 0)
rho.hat = 0.005
epsilon.hat = NA
epsilon.hat[1] = u[1] * (1 - (rho.hat) ^ 2) ^ 0.5
epsilon.hat[2:n] = u[-1] + rho.hat * u[-n]
  sigma2.epsilon.hat = sum(epsilon.hat ^ 2) / (n - 2)
dim(sigma2.epsilon.hat) = NULL
  v <- matrix(NA,nrow = n,ncol = n)
for (i in 1:n)
for (j in 1:n)
```

```
v[i,j] = (rho.hat) ^ abs(i-j)
omega<- (sigma2.epsilon.hat / (1 - (rho.hat) ^ 2)) * v
Beta.hat.gls = solve(t(X) %*% solve(omega) %*% X) %*%
(t(X) %*% solve(omega) %*% Y)
  #---- Step 2: Calculate the Simulation criteria (bias and
variance)
bias.ols = Beta.hat.ols - True.Beta
bias.gls = Beta.hat.gls - True.Beta
var.Beta.hat.gls = diag(solve(t(X) %*% solve(omega) %*%
X))
var.Beta.hat.ols = diag (solve(t(X) %*% X) %*% t(X) %*%
omega %*% X %*% solve(t(X) %*% X))
  BV = cbind(bias.ols, bias.gls, var.Beta.hat.ols,
var.Beta.hat.gls)
rownames (BV) = c("Beta0","Beta1","Beta2")
colnames(BV) = c("Bias OLS","Bias GLS", "Var OLS","Var
GLS")
return (BV)
}
###-----------------------------------
###-----------------------------------
###-----------------------------------
###-----------------------------------
#---  2- Stage two: Building the model
###------------Not Fixed---------------
n = c(5,15,30,50)
rho = c(0.50, 0.90)
sigma.epsilon = sqrt(c(1,5))
#----------------Fixed ----------------
True.Beta<- c(1,1,1)
#----------------Replications----------
L=1000
Sim.results = matrix (0,nrow = 3,ncol = 4)
```

```
Final.table = array(NA,c(16,12))
colnames(Final.table) = c("n = 5","n = 5","n = 5","n = 15","n =
15","n = 15",
"n = 30","n = 30","n = 30",
  "n = 50","n = 50","n = 50")
#------------------
ro=0
for (rhoi in 1:2) {
se = 0
for (sigma in 1:2) {
sz = 0
for (ni in 1:4) {
X = cbind(1,runif(n[ni],-1,1),runif(n[ni],-1,1))
for (l in 1:L) {
epsilon = rnorm(n[ni],0, sigma.epsilon[sigma])
u = c(0)
u[1] = epsilon[1] / ((1 - (rho[rhoi]) ^ 2) ^ 0.5)
for (i in 2:n[ni])
u[i] = rho[rhoi] * u[i - 1] + epsilon[i]
Y = X %*% True.Beta + u
results.matrix = estimation (Y = Y,X = X)
Sim.results = Sim.results + results.matrix
 } ## for l
average = Sim.results / l
Final.table[(ro+se + 1):(ro+se + 4),(sz + 1):(sz + 3)] <-
t(average)
sz = sz + 4
}##for ni
se = se + 4
  } ## for sigma
ro=ro+8} ## for rhoi
Final.table
write.table(Final.table, "clipboard", sep="\t", col.names=NA )
```

ملحق رقم (٢): قائمة الإختصارات

-PCR:(Principle Components Regression)

انحدار المكونات الرئيسية: فهي طريقة تستخدم في حالة المتغيرات المتعددة حيث تعطى متغيرات مستقلة جديدة متعامدة اى لاتوجد بينها علاقات خطية

-PCTP:(Principle Components Two -parameter)

طريقة المكونات الرئيسية بمعلمتين: تستخدم في حالة وجود مشكلتى الارتباط الذاتي والازدواج الخطى في نماذج الانحدار الخطية لتقدير معالم النموذج.

-EGLS:(Estimated Generalized least squares)

مقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة:التي تستخدم في حالة وجود انحدار ذاتي من الرتبة الثانية AR(2) لتقدير معالم نموذج الانحدار في حالة وجود مشكلة الارتباط الذاتي.

-EIGLS:(Estimated Incorrect Generalized least squares)

مقدر طريقة المربعات الصغرى المعممة:التي تستخدم في حالة وجود انحدار ذاتي من الرتبة الثانية AR(1) لتقدير معالم نموذج الانحدار في حالة وجود مشكلة الارتباط الذاتي.

- MLGD:(Maximum Likelihood Grid)

مقدر طريقة الإمكان الأعظم الشبكية: طريقة الإمكان الأعظم تعتمد على دالة التوزيع الاحتمالى المشتركة وهذه الدالة تعتمد على معالم وهذه المعالم ليس لها

صيغة صريحة فتستخدم هذه الطريقة لحساب هذه المعالم في ظل وجود
معلومات اوليه ويتم اختيار افضل هذه المعالم اعتماداً
معيار القوة ومتوسط مربعات الخطأ وبالتالي فإن هذه الطريقة من طرق حل
نظام المعادلات.